Gebrochen-rationale Funktionen • Symmetrie
Übung

1. Untersuchen Sie, ob die Graphen folgender Funktionen symmetrisch zum Koordinatensystem sind. Geben Sie gegebenenfalls die Art der Symmetrie an.

   a) $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$

   b) $g(x) = \frac{x}{x^2+5}$

   c) $h(x) = \frac{1}{x+2}$

   d) $i(x) = \frac{x^2+3}{x^2-9}$

2. Begründen Sie, dass der Graph einer gebrochen-rationale Funktion der Form $f(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(x-2)}$ in ihrem maximalen Definitionsbereich niemals symmetrisch zum Koordinatensystem sein kann. Beim Zähler $g(x)$ handelt es sich dabei um eine beliebige ganzrationale Funktion.

3. Bestimmen Sie die Parameter jeweils so, dass eine Symmetrie bezüglich des Koordinatensystems vorliegt. Geben sie die Art der Symmetrie an.

   a) $f_a(x) = \frac{x^2+(a-2)x+1}{x^2-4}$; $a \in \mathbb{R}$

   b) $f_b(x) = \frac{x^3+x^2+bx^2}{(x+1)(x-1)}$; $b \in \mathbb{R}$

Gebrochen-rationale Funktionen • Symmetrie
Lösung

1.
   a) G_f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, weil $f(-x) = f(x)$.

   b) G_g ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

   c) G_h ist nicht symmetrisch zum Koordinatensystem.

   d) G_i ist achsensymmetrisch zum Koordinatensystem.

2. Die Funktion f besitzt die maximale Definitionsmenge $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. Da dieser Bereich nicht symmetrisch zum Koordinatensystem liegt, kann auch der Graph von f selbst es nicht sein.

3.
   a) Der Graph G_{f_a} ist achsensymmetrisch zur y-Achse für $a = 2$.

   b) Der Graph G_{f_b} ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung für $b = -1$.